

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

Ростовской области

«Новочеркасский колледж промышленных технологий и управления»

**СБОРНИК КОНКУРСНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА**

областной олимпиады

для студентов и преподавателей

образовательных учреждений профессионального образования

Новочеркасск

2025

Раздел: «ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЁ ПРИЛОЖЕНИЯ»

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{2}{3x^2}$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = 2$.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{-3}{4x^2}$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = -3$.
3. Напишите уравнение всех касательных к графику функции $f(x) = \frac{7x+12}{x}$, параллельных прямой $y = -3x$.
4. Напишите уравнение всех касательных к графику функции $f(x) = \frac{5x-9}{x}$, параллельной прямой $y = x$.
5. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2} + 5x$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = -1$.
6. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2} + 4x$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = 1$.
7. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{2-3x}{6x^2} + 5x$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = \frac{-1}{2}$.
8. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{2x+3}{6x^2} - 5x$ в точке этого графика с абсциссой $x_0 = \frac{-1}{3}$.
9. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 5x - 1}{x} \text{ в точке этого графика с абсциссой } x_0 = \frac{1}{2}.$$

10. Напишите уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 - 5x - 3}{x} \text{ в точке этого графика с абсциссой } x_0 = \frac{1}{3}.$$

Раздел: «СИСТЕМЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ»

Решить систему уравнений:

$$1. \begin{cases} \sin x + \cos y = 0, \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 0,5. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 9^{2\operatorname{tg}x + \cos y} = 3, \\ 9^{\cos y} - 81^{\operatorname{tg}x} = 2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x - y = \frac{5\pi}{3}, \\ \sin x = 2\sin y. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \sin x \cos y = 0,25, \\ \sin y \cos x = 0,75. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x - y = \frac{-1}{3}, \\ \cos^2 \pi x - \sin^2 \pi y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = \frac{1}{6}. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} \sqrt{2} \sin x = \sin y, \\ \sqrt{2} \cos x = \sqrt{3} \cos y. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 2^{\cos x} + 2^{\cos^{-1}y} = 5, \\ 2^{\cos x} \cdot 2^{\cos^{-1}y} = 4. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} \sin x \sin y = 0,75, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 3. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = 0,25. \end{cases}$$

Раздел «НЕРАВЕНСТВА»

Решить неравенства:

$$1. 2 + \operatorname{tg} 2x + \operatorname{ctg} 2x < 0.$$

$$2. \frac{1 - \log_4 x}{1 + \log_2 x} \leq \frac{1}{2}.$$

$$3. \log_{1/3}(x-1) + \log_{1/3}(x+1) + \log_{\sqrt{3}}(5-x) < 1.$$

$$4. 2^{\log_{0,5}^2 x} + x^{\log_{0,5} x} > 2,5.$$

$$5. x^{\log_2 x} + 16x^{-\log_2 x} < 17.$$

$$6. 5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} < 10.$$

$$7. x^{0,5 \log_{0,5} x - 3} \geq 0,5^{3 - 2,5 \log_{0,5} x}.$$

$$8. \log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1.$$

$$9. 2\log_3 \log_3 x + \log_{1/3} \log_3 (9\sqrt[3]{x}) \geq 1.$$

$$10. \log_3 \log_4 \frac{4x-1}{x+1} - \log_{1/3} \log_{1/4} \frac{x+1}{4x-1} < 0.$$

Раздел: «ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ»

$$1. 2^{x+\sqrt{x^2-4}} - 5 * (\sqrt{2})^{x-2+\sqrt{x^2-4}} - 6 = 0$$

$$2. 27^x - 13 \times 9^x + 13 \times 3^{x+1} - 27 = 0$$

$$3. 3^{2x+4} + 45 \times 6^x - 9 \times 2^{2x+2} = 0$$

$$4. \frac{8^x+2^x}{4^x-2} = 5$$

$$5. 3 \times 4^x + \frac{1}{3} \times 9^{x+2} = 6 \times 4^{x+1} - \frac{1}{2} \times 9^{x+1}$$

$$6. \sqrt{\log_{0,04} x + 1} + \sqrt{\log_{0,2} x + 3} = 1$$

$$7. \sqrt{\log_x \sqrt{5x}} = -\log_x 5$$

$$8. \log_2(2-x) - \log_2 2 = \log_2 \sqrt{2-x} - 0,5$$

$$9. \frac{\log_2(x^3+3x^2+2x-1)}{\log_2(x^3+2x^2-3x+5)} = \log_{2x} x + \log_{2x} 2$$

$$10. 5^{1+\log_4 x} + 5^{\log_{0,25} x - 1} = 5,2$$

Раздел: «ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ»

1. Сплавляли два сорта чугуна с разным процентным содержанием хрома. Если одного сорта взять в 5 раз больше другого, то процентное содержание хрома в сплаве вдвое превысит процентное содержание хрома в меньшей из сплавляемых частей. Если же взять одинаковое количество обоих сортов, то сплав будет содержать 8% хрома. Определить процентное содержание хрома в каждом сорте чугуна.
2. Имелось два сплава с разным процентным содержанием меди в каждом. Число, выражающее в процентах меди в первом сплаве, на 40 меньше числа, выражающего в процентах содержание меди во втором сплаве. После того как оба этих сплава были сплавлены вместе содержание меди в новом сплаве составило 36%. Определить процентное содержание меди в каждом сплаве, если в первом из них меди было 6 кг, а во втором – 12 кг.
3. Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй – 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Сколько килограммов олова содержится в полученном новом сплаве?
4. Сосуд вместимостью 8л наполнен смесью кислорода и азота, причем на долю кислорода приходится 16% вместимости сосуда. Из этого сосуда выпускают некоторое количество смеси и впускают такое же количество азота, после чего опять выпускают такое же, как и в первый раз, количество смеси и опять добавляют столько же азота. В

новой смеси кислорода оказалось 9% . какое количество смеси каждый раз выпускалось из сосуда?

- 5.** Сплав меди с серебром содержит серебра на 1845 г больше, чем меди. Если к нему добавить некоторое количество чистого серебра, по массе равное $\frac{1}{3}$ массы чистого серебра, первоначально содержавшегося в сплаве, то получился бы новый сплав, содержащий 83,5% серебра. Какова масса сплава и каково первоначальное процентное содержание в нем серебра?
- 6.** Некоторый сплав состоит из двух металлов, входящих в отношении 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 2:3. Сколько частей каждого сплава нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17:27?
- 7.** Имеются два куска сплава меди и цинка с процентным содержанием меди 42% и 65% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив, получить сплав, содержащий 50% меди?
- 8.** Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?
- 9.** Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько

килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

- 10.** Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй – 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?